Numerische Mathematik I für Ingenieure SS18
Verständnisfragen – Hausübung 3

VF-1:		
1.	Je besser die Kondition eines Problems, desto stabiler sind Algorithmen zur Lösung dieses Problems.	falsch
2.	Bei einem stabilen Algorithmus ist der Ausgabefehler nicht viel größer als der Eingabefehler.	falsch
3.	Die Funktion $f(x) = \ln(x)$ ist gut konditioniert für alle x mit $\lvert x-1\rvert \ll 1$.	falsch
4.	Die Funktion $f(x,y) = x\,e^{4\,y^2}$ ist gut konditioniert für alle (x,y) mit $y \in [-0.4, 0.4]$.	wahr
5.	Berechne die relative Konditionszahl der Funktion $f(x_1,x_2) = x_1^4\,x_2^2$ für $(x_1,x_2) = (e,\pi)$.	**4**

VF-2:		
1.	Es seien $x = \frac{1}{3}$ und $y = \frac{1}{3} + \pi \cdot 10^{-10}$. Bei der Berechnung von $(x+y)(x-y)$ in $\mathbb{M}(10,12,-99,99)$ tritt Auslöschung auf.	wahr
2.	Es seien $x = \frac{1}{3}$ und $y = \frac{1}{3} + \pi \cdot 10^{-10}$. Bei der Berechnung von $\sin(x) - \sin(y)$ in $\mathbb{M}(10,12,-99,99)$ tritt Auslöschung auf.	wahr
3.	Die Funktion $f(x,y) = x + y$ ist für alle (x,y) mit $(x,y) \neq (0,0)$ gut konditioniert.	falsch
4.	Es seien $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ beliebig aber regulär und $\kappa(A)$ die Konditionszahl der Matrix A. Dann gilt $\kappa(A^{-1}) = \kappa(A)^{-1}$.	falsch
5.	Es seien $x = \frac{1}{3}$ und $y = \frac{1}{3} + \pi\,10^{-10}$. Berechne $\sin(x) - \sin(y)$ in $\mathbb{M}(10,7,-99,99)$.	**0**

VF-3: Gegeben seien eine reguläre Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und eine rechte Seite $b \in \mathbb{R}^n$. Dann gilt für das zugehörige lineare Gleichungssystem $A\,x = b$: Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch bzw. gib den numerischen Wert an!		
1.	Das Problem ist immer gut konditioniert.	falsch
2.	Bei Störung der Eingabedaten A und b wird der relative Fehler in der Lösung in Abhängigkeit vom relativen Eingabefehler maximal durch den Faktor $\kappa(A)$ verstärkt.	falsch
3.	Die Lösung des linearen Gleichungssystems kann immer mit dem Standard-Gauß-Algorithmus (ohne Spaltenpivotisierung) berechnet werden.	falsch
4.	Es sei B die zu A gehörige zeilenäquilibrierte Matrix. Dann gilt $\kappa_2(B) \leq \kappa_2(A)$.	falsch
5.	Es seien $A = \begin{pmatrix} -2.34 & 14.4 \\ 5.67 & 6.78 \end{pmatrix}$ und B die zu A gehörige zeilenäquilibrierte Matrix. Berechne $\lVert B\rVert_\infty$.	**1**

VF-4: Gegeben seien die Matrizen A und $\tilde{A}$ mit $\tilde{A} \approx A = \begin{pmatrix} 123 & 0.12 \\ 1.23 & 12.3 \end{pmatrix}$. Alle Zahlen in A sind auf drei signifikante Ziffer gerundet. ΔA sei das größtmögliche Abweichung für $A - \tilde{A}$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch bzw. gib den numerischen Wert an!		
1.	$\|\Delta A\|_1 = 0.505$	wahr
2.	$\|\Delta A\|_\infty = 0.505$	falsch
3.	Für den relativen Fehler von A gemessen in der 1-Norm gilt $r_{A1} \approx 0.004$	wahr
4.	Berechne $\|A\|_1$.	**124.230000**
5.	Berechne $\|A\|_\infty$.	**123.120000**

VF-5: Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} -2 & 14 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch bzw. gib den numerischen Wert an!		
1.	A ist regulär.	wahr
2.	$\det(A) = 0$.	falsch
3.	$\|A\|_\infty = 12$	falsch
4.	Für eine beliebige rechte Seite $b \in \mathbb{R}^2$ besitzt $A\,x = b$ eine eindeutige Lösung x.	wahr
5.	Berechne $\|A\|_1$.	**20**

VF-6: Seien A, B beliebige $n \times n$-Matrizen mit reellen Einträgen. Weiter sei $\|.\|$ eine Matrixnorm. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch.		
1.	$\|A + B\| \leq \|A\| + \|B\|$.	wahr
2.	$\|A - B\| \leq \|A\| - \|B\|$.	falsch
3.	$\|\lambda A + \mu B\| \leq \lambda\|A\| + \mu\|B\|, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$.	falsch
4.	$\|AB\| \leq \|A\|\|B\|$.	wahr
5.	Es sei $A = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 1 & 0.5 \end{pmatrix}$. Berechne $\det\left(A^4\right)$.	**81**