

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS18

Verständnisfragen – Übung 6

VF-1: Es seien $\mathbf{0} \neq v \in \mathbb{R}^n$ und $Q_v = I - 2 \frac{v v^T}{v^T v}$ die entsprechende Householder-Transformation. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch bzw. gib den numerischen Wert an!	
1.	$\ Q_v x\ _2 = \ x\ _2$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$.
2.	Q_v ist symmetrisch.
3.	$Q_v v = -v$.
4.	Q_v ist symmetrisch positiv definit.
5.	Berechne $\det(Q_v)$ für $v = (5, 3, 5)^T$.

VF-2: Es seien $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ eine orthogonale Matrix, $R \in \mathbb{R}^{m \times n}$ eine obere Dreiecksmatrix und $A = QR$. Ferner bezeichne $\kappa_2(A)$ die Konditionszahl der Matrix A bezüglich der Euklidischen Norm. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch bzw. gib den numerischen Wert an!	
1.	Ist $m = n$ und $\det(A) \neq 0$, so gilt $A^{-1} = R^T Q^T$.
2.	Ist $m = n$ und $\det(A) \neq 0$, so gilt $\kappa_2(A) = \kappa_2(R)$.
3.	Nicht alle $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ besitzen eine QR -Zerlegung.
4.	Eine QR -Zerlegung kann man stets auf stabile Weise mittels Gauß-Elimination mit Spaltenpivotisierung bestimmen.
5.	Es sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Um A mit Householdertransformationen in eine obere Dreiecksmatrix R zu überführen benötigt man etwa αn^p Operationen (gemäß Vorlesung). Gib α an.

VF-3: Es sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ mit $m \geq n$. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!	
1.	Alle Eigenwerte von $A^T A$ sind größer als 0.
2.	Wenn alle Spalten von A linear unabhängig sind, dann ist $A^T A$ symmetrisch positiv definit.
3.	Wenn alle Zeilen von A linear unabhängig sind, dann ist AA^T symmetrisch positiv definit.
4.	Wenn alle Zeilen von A linear unabhängig sind, dann ist AA^T invertierbar.
5.	Es sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Zur Berechnung von $A^T A$ benötigt man etwa $\alpha n^p m^o$ Operationen (gemäß Vorlesung). Gib α an.