

Numerische Mathematik I für Ingenieure SS19

Verständnisfragen – Übung 4

VF-1: Es seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ regulär, $b \in \mathbb{R}^n$ und gesucht sei die Lösung $x \in \mathbb{R}^n$ von $Ax = b$.		
1.	Der Aufwand für das Rückwärtseinsetzen ist etwa $\frac{1}{2}n^2$ Operationen.	
2.	Es seien \tilde{x} eine Annäherung an x und $\tilde{r} = b - A\tilde{x}$ das zugehörige Residuum. Dann gilt: $\ x - \tilde{x}\ \cdot \ b\ \leq \kappa(A) \cdot \ x\ \cdot \ \tilde{r}\ $	
3.	$\kappa_2(A) > 0$	
4.	Es seien \tilde{x} eine Annäherung an x und $\tilde{r} = b - A\tilde{x}$ das zugehörige Residuum. Dann gilt: $\ x - \tilde{x}\ \cdot \ b\ \leq \kappa(A^{-1}) \cdot \ x\ \cdot \ \tilde{r}\ $.	
5.	Der Rechenaufwand für die $L - R$ -Zerlegung mit Pivotisierung beträgt etwa $a n^p$ Operationen (Operationen gem. Vorlesung). Gib a an.	

VF-2: Es sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$.		
1.	Es existiert immer eine LR-Zerlegung von A mit $A = LR$.	
2.	Ist $\det(A) \neq 0$, so existiert stets eine normierte untere Dreiecksmatrix L und eine obere Dreiecksmatrix R , so dass $A = LR$.	
3.	Es seien P eine Permutationsmatrix, L eine normierte untere Dreiecksmatrix und R eine obere Dreiecksmatrix, so dass $PA = LR$. Dann gilt $ \det(A) = \det(R) $.	
4.	$\ A\ _\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n a_{ji} $.	
5.	Es seien $A = \begin{pmatrix} 1.2 & 1.2 & 1.6 \\ 1.5 & 1.1 & 1.4 \\ 19 & 2.9 & 3.1 \end{pmatrix}$ und D die zugehörige Diagonalmatrix der Zeilenskalierung. Berechne $\det(D)$.	

VF-3: Gegeben sei eine nichtsinguläre Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$.		
1.	Es existiert immer eine LR-Zerlegung von A mit $A = LR$.	
2.	Der Rechenaufwand zur Berechnung der LR-Zerlegung über Gauß-Elimination mit Spaltenpivotisierung beträgt $\frac{1}{6} n^3$ Operationen.	
3.	Die Inverse von A kann mittels LR-Zerlegung mit Pivotisierung in $\frac{4}{3} n^3$ Operationen berechnet werden.	
4.	Falls alle Diagonaleinträge von A positiv sind, existiert immer eine Zerlegung $A = LR$ von A .	
5.	Sei $A = LR$ mit $R = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. Bestimme $\det(A)$.	