

# Numerische Mathematik I für Ingenieure SS19

## Verständnisfragen – Übung 6

<b>VF-1:</b> Es seien $\mathbf{0} \neq v \in \mathbb{R}^n$ und $Q_v = I - 2 \frac{v v^T}{v^T v}$ die entsprechende Householder-Transformation. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch bzw. gib den numerischen Wert an!		
1.	$\ Q_v x\ _2 = \ x\ _2$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$ .	
2.	$Q_v$ ist symmetrisch.	
3.	$Q_v v = -v$ .	
4.	$Q_v$ ist symmetrisch positiv definit.	
5.	Berechne $\det(Q_v)$ für $v = (5, 3, 5)^T$ .	

<b>VF-2:</b> Es seien $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ eine orthogonale Matrix, $R \in \mathbb{R}^{m \times n}$ eine obere Dreiecksmatrix und $A = QR$ . Ferner bezeichne $\kappa_2(A)$ die Konditionszahl der Matrix $A$ bezüglich der Euklidischen Norm. Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch bzw. gib den numerischen Wert an!		
1.	Ist $m = n$ und $\det(A) \neq 0$ , so gilt $A^{-1} = R^T Q^T$ .	
2.	Ist $m = n$ und $\det(A) \neq 0$ , so gilt $\kappa_2(A) = \kappa_2(R)$ .	
3.	Nicht alle $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ besitzen eine $QR$ -Zerlegung.	
4.	Eine $QR$ -Zerlegung kann man stets auf stabile Weise mittels Gauß-Elimination mit Spaltenpivotisierung bestimmen.	
5.	Es sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Um $A$ mit Householdertransformationen in eine obere Dreiecksmatrix $R$ zu überführen benötigt man etwa $\alpha n^p$ Operationen (gemäß Vorlesung). Gib $\alpha$ an.	

<b>VF-3:</b> Es sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ mit $m \geq n$ . Beantworte alle Fragen mit wahr oder falsch!		
1.	Alle Eigenwerte von $A^T A$ sind größer als 0.	
2.	Wenn alle Spalten von $A$ linear unabhängig sind, dann ist $A^T A$ symmetrisch positiv definit.	
3.	Wenn alle Zeilen von $A$ linear unabhängig sind, dann ist $AA^T$ symmetrisch positiv definit.	
4.	Wenn alle Zeilen von $A$ linear unabhängig sind, dann ist $AA^T$ invertierbar.	
5.	Es sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ . Zur Berechnung von $A^T A$ benötigt man etwa $\alpha n^p m^o$ Operationen (gemäß Vorlesung). Gib $\alpha$ an.	