Numerische Mathematik I für Ingenieure SS19
Verständnisfragen – Hausübung 12

VF-1: Es sei $n \in \mathbb{N}$ und $P(f\|x_0,\ldots,x_n)$ das Lagrange-Interpolationspolynom vom Grad n, das die Funktion $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ in den Stützstellen $a \le x_0 < \ldots < x_n \le b$ interpoliert.		
1.	Das Polynom $P(f\|x_0,\ldots,x_n)$ ist eindeutig.	
2.	Das Verfahren von Neville-Aitken ist eine effiziente Methode zur Bestimmung des eines Interpolationswertes $P(f\|x_0,\ldots,x_n)(\bar{x})$.	
3.	Es gilt: $P(f\mid x_0,\ldots,x_n)(x) = \delta_0 + \sum_{i=1}^{n} \delta_i \Pi_{j=0}^{i-1}(x-x_j)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.	
4.	Es sei $f(x) = x\,e^{x^2}$. Berechne $[-1,0,1]\,f$.	
5.	Es sei wieder $f(x) = x\,e^{x^2}$. Berechne $P(f\mid -1,0,1)(0.5)$.	

VF-2:		
1.	Es seien $f \in C^{(n+1)}[a,b]$ beliebig, $[c,d] \subset [a,b]$ und $c = x_0 < \ldots < x_n = d$. Der Interpolationsfehler wird kleiner, wenn die Stützstellen gemäß $h = d-c$ zusammenrücken.	
2.	Es gilt $P(f\|x_0,\ldots,x_n)^{(n)}(x) = n!\,[x_0,\ldots,x_n]\,f$.	
3.	Es sei f genügend oft stetig differenzierbar. Dann gilt: $f'(x) = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} + \mathcal{O}(h^2)$.	
4.	Es sei f genügend oft stetig differenzierbar. Dann gilt: $f'(x) = \frac{f(x+\frac{1}{2}h)-f(x-\frac{1}{2}h)}{h} - \frac{h^p}{N} f^{(3)}(\xi))$. Gib p an.	
5.	Es sei f genügend oft stetig differenzierbar. Dann gilt: $f'(x) = \frac{f(x+\frac{1}{2}h)-f(x-\frac{1}{2}h)}{h} - \frac{h^p}{N} f^{(3)}(\xi))$. Gib N an.	