

Modèles pour la transition fluide/solide dans les écoulements gravitaires en couche mince

C. Lusso¹, F. Bouchut², A. Ern¹

¹CERMICS, Université Paris-Est, Ecole des Ponts ParisTech, 77455 Champs-sur-Marne Cedex 2

²LAMA, CNRS & Université Paris-Est, 77455 Champs-sur-Marne Cedex 2

On étudie un écoulement sur une pente inclinée décrit par la loi visco-plastique de Drucker-Prager [3] :

$$\begin{cases} \partial_t u + u \cdot \nabla u + \operatorname{div} P = f, & \operatorname{div} u = 0, \\ P = p \operatorname{Id} - \nu D u - k \frac{D u}{\|D u\|}, & D u = \frac{\nabla u + (\nabla u)^t}{2}, \\ k = \sqrt{2} \lambda p, \end{cases} \quad (1)$$

avec u la vitesse, f les forces volumiques (données par la gravité), p la pression, ν la viscosité et λ un coefficient de friction.

Dans un premier temps on s'intéresse au cas monodimensionnel dans le cadre d'un modèle simplifié, avec et sans viscosité. Plus précisément, on néglige les variations le long de l'écoulement et un développement asymptotique sous hypothèse de couche mince permet alors d'obtenir les équations :

$$\partial_t u + S - \nu \partial_Z^2 u = 0 \text{ pour } b(t) < Z < h, \quad \partial_Z U \geq 0, \quad (2)$$

où S est un terme source empirique et $b(t)$ est une inconnue du problème, avec les conditions aux limites :

$$\partial_Z U(t, h) = 0, \quad U(t, b(t)) = 0, \quad \partial_Z U(t, b(t)) = 0. \quad (3)$$

On étudie l'effet de la viscosité en considérant une solution analytique valable dans le cas $\nu = 0$ et en la comparant à la solution numérique de ce problème qui est bien approchée lorsque ν reste petit.

Ensuite une comparaison au cas 2d est effectuée en considérant un profil de vitesse qui ne dépend que de la variable normale, le mouvement du domaine étant alors discrétisé par une formulation ALE.

Références

- [1] F. Bouchut, E.D. Fernandez-Nieto, A. Mangeney, P.-Y. Lagrée, On new erosion models of Savage-Hutter type for avalanches, *Acta Mech.* 199 (2008), 181-208.
- [2] D. Bresch, E.D. Fernandez-Nieto, I. Ionescu, P. Vigneaux, Augmented Lagrangian method and compressible visco-plastic flows : applications to shallow dense avalanches. *New directions in mathematical fluid mechanics*, 57-89, *Adv. Math. Fluid Mech.*, Birkhauser Verlag, Basel, 2010.
- [3] I. Ionescu, Onset and dynamic shallow flow of a viscoplastic fluid on a plane slope, *Journal of non-newtonian fluid mechanics* 165 (2010).